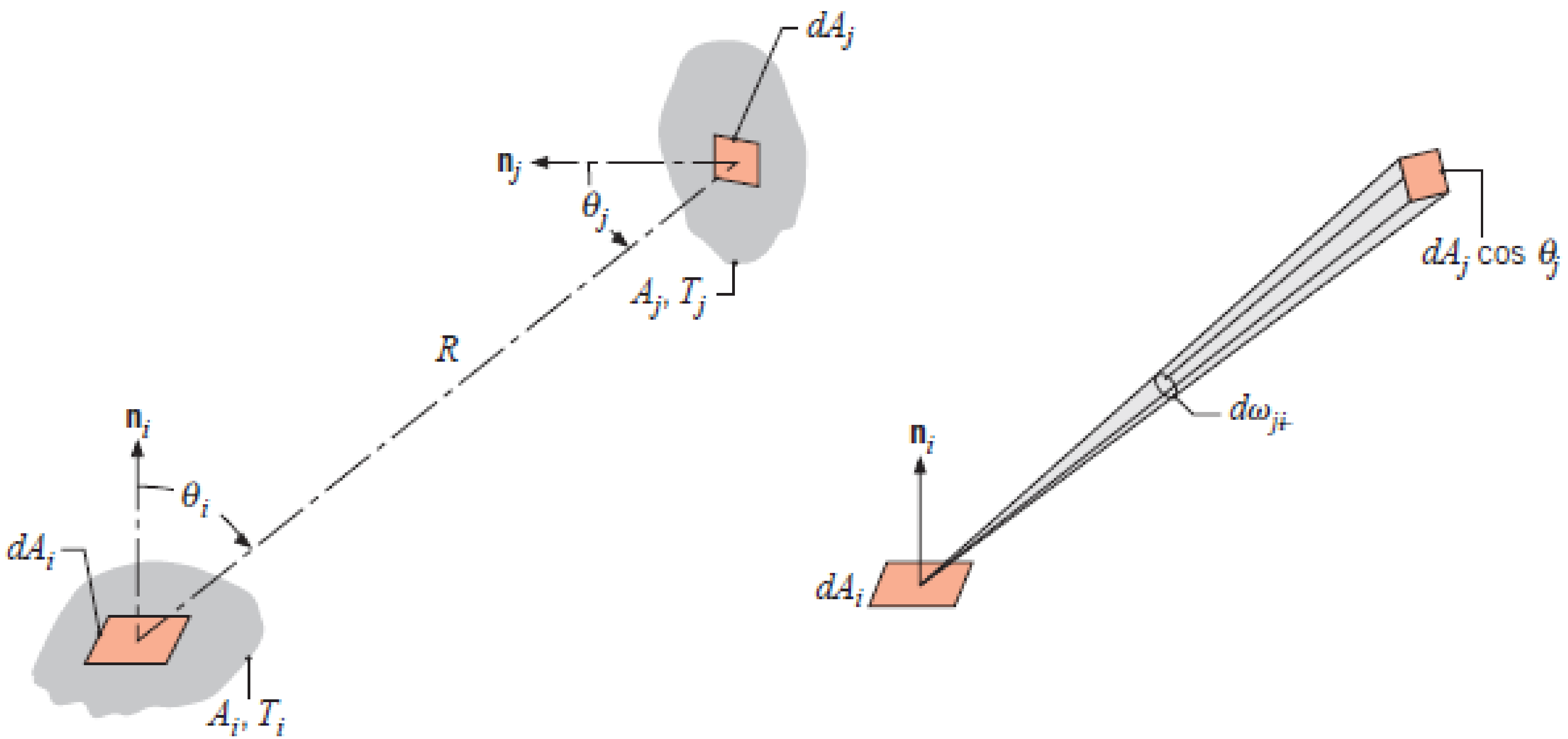
RADIAÇÃO E ENERGIA SOLAR

Miguel Centeno Brito

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*



Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

A taxa a que a radiação sai da superfície *i* e é intercetada pela superfície *j* é dada por

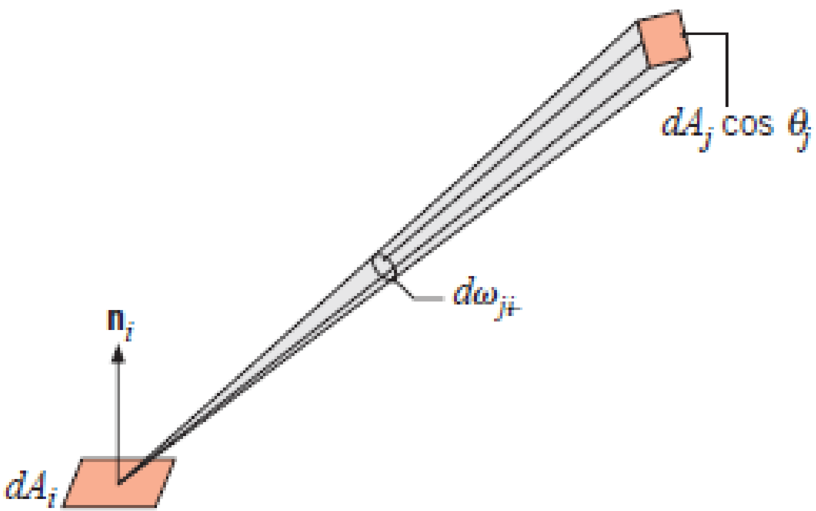
$$dq_{i \to j} = I_{e+r,i} \cos\theta_i \, dA_i \, d\omega_{j-i}$$

Ora

$$d\omega_{j-i} = (\cos\theta_j \, dA_j)/R^2$$

vem

$$dq_{i \to j} = I_{e+r,i} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{R^2} dA_i \, dA_j$$



Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

A taxa a que a radiação sai da superfície *i* e é intercetada pela superfície *j* é dada por

$$dq_{i\to j} = I_{e+r,i} \cos\theta_i \, dA_i \, d\omega_{j-i}$$

Ora

$$d\omega_{j-i} = (\cos\theta_j \, dA_j)/R^2$$

vem

$$dq_{i\to j} = I_{e+r,i} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{R^2} dA_i \, dA_j$$

Considerando um emissor difuso

$$dq_{i\to j} = J_i \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

Integrando para as duas áreas temos:

$$q_{i\to j} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Se definirmos o fator de forma por

$$F_{ij} = \frac{q_{i \to j}}{A_i J_i}$$

Vem

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

Integrando para as duas áreas temos:

$$q_{i \to j} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Se definirmos o fator de forma por

$$F_{ij} = \frac{q_{i\to j}}{A_i J_i}$$

Vem

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i}\int_{A_i}\int_{A_j}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi R^2}\,dA_i\,dA_j$$

Naturalmente que temos também

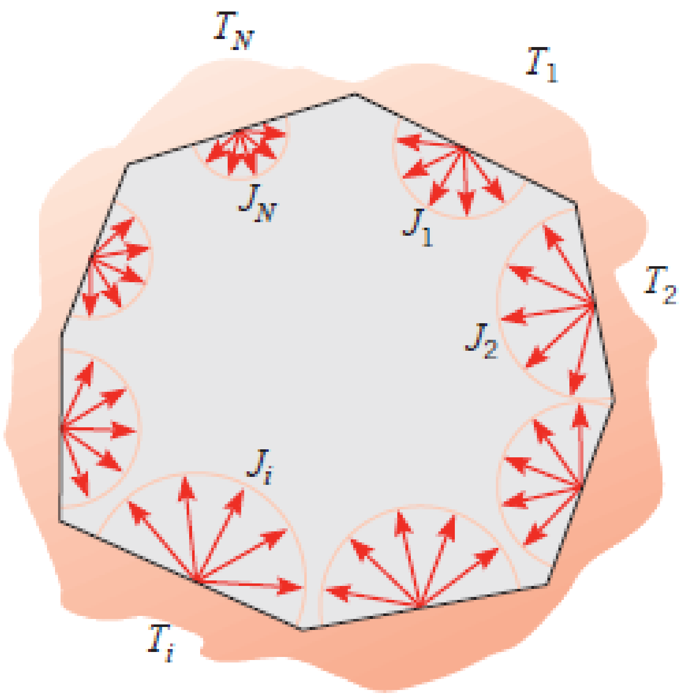
$$F_{ji} = \frac{1}{A_j}\int_{A_i}\int_{A_j}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi R^2}\,dA_i\,dA_j$$

Da comparação das expressões resulta a relação de **reciprocidade**

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*



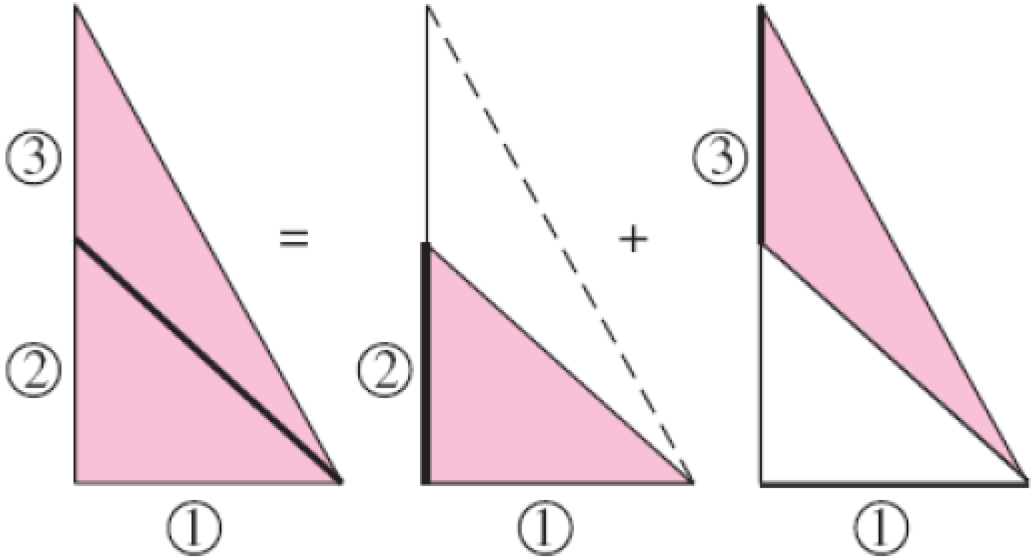
Se tivermos uma cavidade fechada, sabemos que a radiação que sai da superfície *i* será intercetada algures portanto

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1$$

Chama-se a **regra da soma**

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*



$$\boxed{F_{1\to(2,3)} = F_{1\to 2} + F_{1\to 3}}$$

Regra da sobreposição: o fator de forma de uma superfície para uma superfície composta é igual à soma dos fatores de forma de uma superfície para cada uma das partes da superfície composta.

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Pela regra da sobreposição temos

$$F_{1 \to (2,3)} = F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3}$$

Multiplicando por A_1 vem

$$A_1 F_{1 \to (2,3)} = A_1 F_{1 \to 2} + A_1 F_{1 \to 3}$$

Aplicando a regra da reciprocidade temos

$$(A_2 + A_3) F_{(2,3) \to 1} = A_2 F_{2 \to 1} + A_3 F_{3 \to 1}$$

E portanto podemos escrever

$$F_{(2,3) \to 1} = \frac{A_2 F_{2 \to 1} + A_3 F_{3 \to 1}}{A_2 + A_3}$$

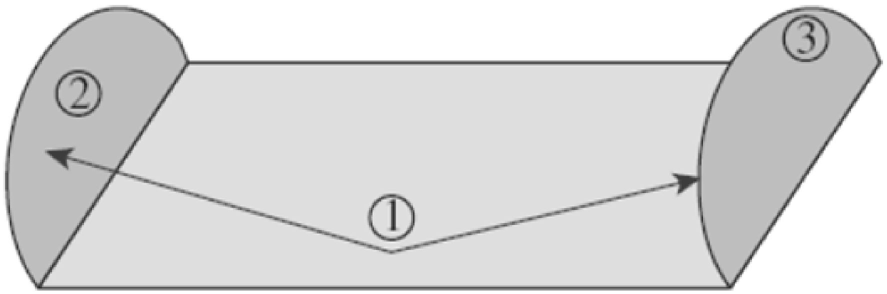
Regra da sobreposição: o fator de forma de uma superfície para uma superfície composta é igual à soma dos fatores de forma de uma superfície para cada uma das partes da superfície composta.

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Regra da simetria

Duas superfícies que têm simetria relativa a uma terceira superfície têm o mesmo fator de forma relativamente a essa superfície



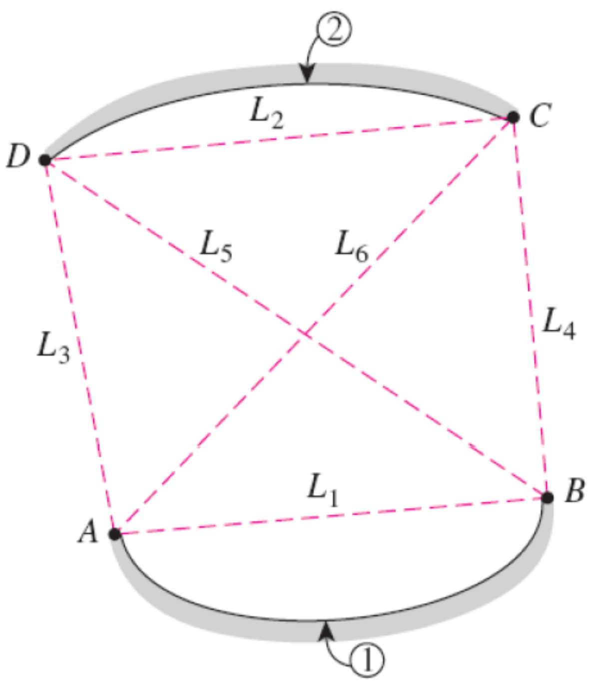
$$F_{1\to2} = F_{1\to3}$$

$$F_{2\to1} = F_{3\to1}$$

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Superfícies infinitamente longas numa dada direcção podem ser consideradas 2-dimensionais. Nesse caso pode-se aplicar o método **‘crossed-string’** (Hottel)



$$F_{1\to 2} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$$

Caso mais geral:

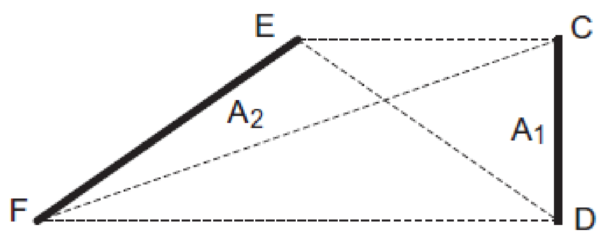
$$F_{i\to j} = \frac{\Sigma\,(\text{Crossed strings}) - \Sigma\,(\text{Uncrossed strings})}{2 \times (\text{String on surface } i)}$$

Trocas de radiação entre superfícies

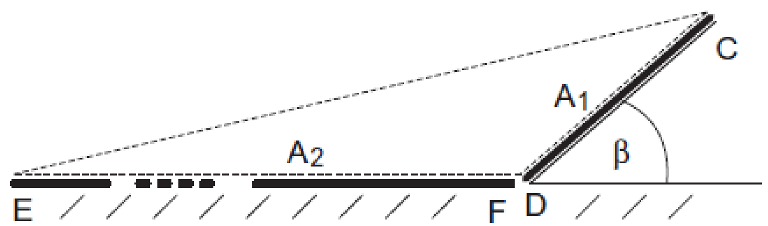
Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Superfícies infinitamente longas numa dada direcção podem ser consideradas 2-dimensionais. Nesse caso pode-se aplicar o método **‘crossed-string’** (Hottel)

Exemplo de aplicação:



$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CF} + \mathrm{DE} - \mathrm{CE} - \mathrm{DF}}{2 \cdot \mathrm{CD}}$$



$$\mathrm{CF} = \mathrm{CD}$$

$$\mathrm{DF} = 0$$

$$\mathrm{DE} - \mathrm{CE} \approx -\,\mathrm{CD} \cdot \cos\beta$$

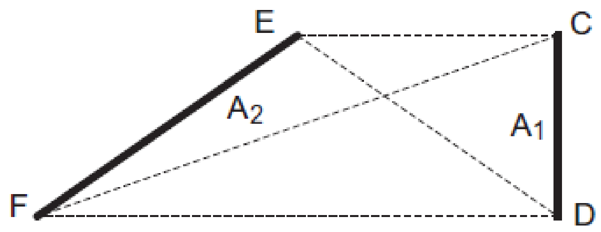
$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CD} - \mathrm{CD} \cdot \cos\beta}{2 \cdot \mathrm{CD}} = \frac{1 - \cos\beta}{2}$$

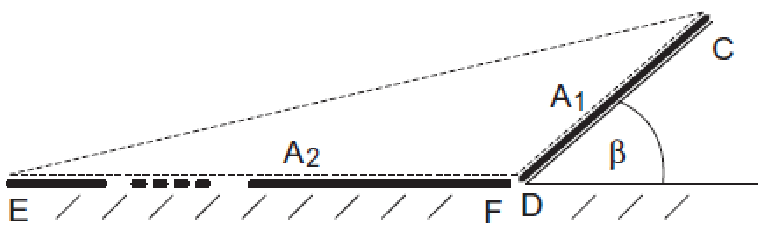
Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Superfícies infinitamente longas numa dada direcção podem ser consideradas 2-dimensionais. Nesse caso pode-se aplicar o método **'crossed-string'** (Hottel)

Exemplo de aplicação:





$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CF} + \mathrm{DE} - \mathrm{CE} - \mathrm{DF}}{2 \cdot \mathrm{CD}}$$

$$\mathrm{CF} = \mathrm{CD}$$

$$\mathrm{DF} = 0$$

$$\mathrm{DE} - \mathrm{CE} \approx -\mathrm{CD} \cdot \cos\beta$$

Fração de chão vista por um coletor solar com uma inclinação β

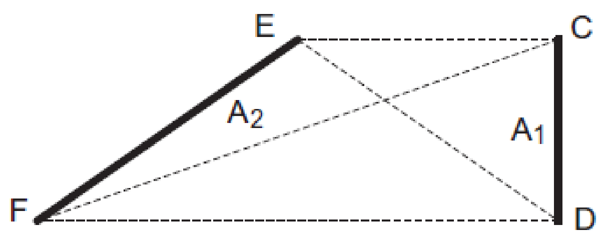
$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CD} - \mathrm{CD} \cdot \cos\beta}{2 \cdot \mathrm{CD}} = \frac{1 - \cos\beta}{2}$$

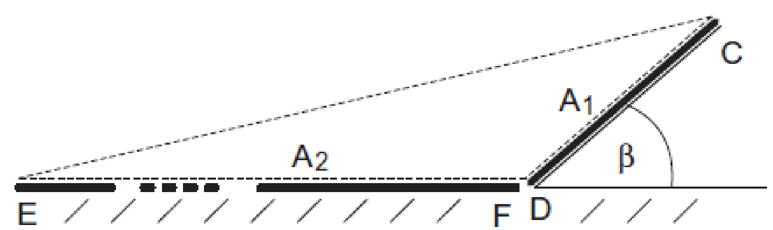
Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Superfícies infinitamente longas numa dada direcção podem ser consideradas 2-dimensionais. Nesse caso pode-se aplicar o método **‘crossed-string’** (Hottel)

Exemplo de aplicação:





$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CF} + \mathrm{DE} - \mathrm{CE} - \mathrm{DF}}{2 \cdot \mathrm{CD}}$$

$$\mathrm{CF} = \mathrm{CD}$$

$$\mathrm{DF} = 0$$

$$\mathrm{DE} - \mathrm{CE} \approx -\mathrm{CD} \cdot \cos\beta$$

$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CD} - \mathrm{CD} \cdot \cos\beta}{2 \cdot \mathrm{CD}} = \frac{1 - \cos\beta}{2}$$

Pela regra da soma temos portanto

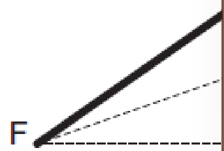
$$F_{1\to sky} = 1 - F_{1\to 2} = \frac{1 + \cos\beta}{2} = \cos^2\frac{\beta}{2}$$

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada p

Superfícies i consideradas 2-dimensiona **string'** (Hottel)

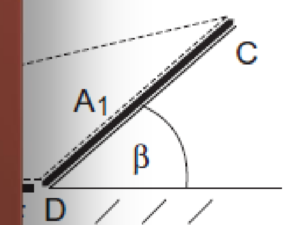
Exemplo



$F_{1\to 2} =$ CE

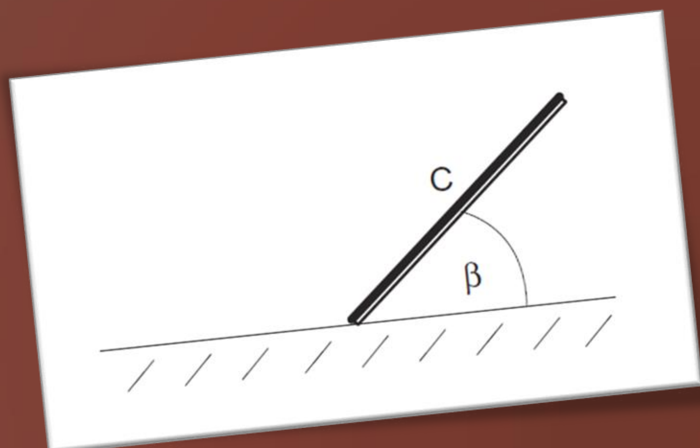
Pela reg
temos portanto

$$F_{1\to sky} = 1 - F_{1\to 2} = \frac{1+\cos\beta}{2} = \cos^2\frac{\beta}{2}$$



$$F_{1\to 2} = \frac{\mathrm{CD} - \mathrm{CD}\cdot\cos\beta}{2\cdot\mathrm{CD}} = \frac{1-\cos\beta}{2}$$

Resultado importante: a relembrar!
A fração de céu vista por um coletor solar com uma inclinação β é $\cos^2(\beta/2)$



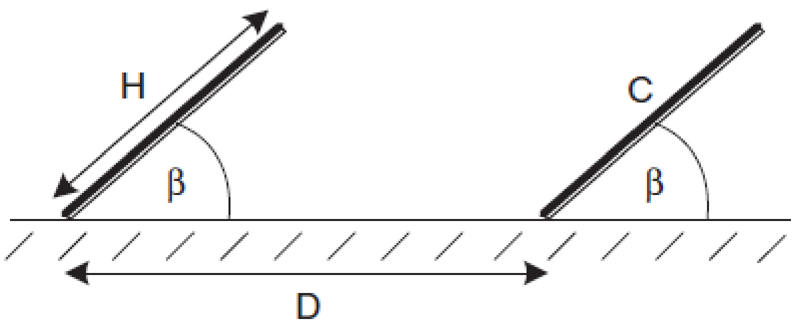
Quando β = 0º o coletor vê o hemisfério completo
Quando β = 90º o coletor vê apenas metade

Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

Superfícies infinitamente longas numa dada direcção podem ser consideradas 2-dimensionais. Nesse caso pode-se aplicar o método **'crossed-string'** (Hottel)

Outro exemplo de aplicação:



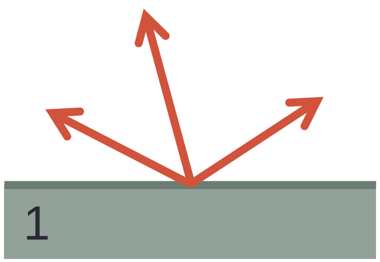
$$F_{C\to sky} = \frac{H + D - \sqrt{(H \cdot \sin\beta)^2 + (D - H \cdot \cos\beta)^2}}{2 \cdot H}$$

Quando β = 0º o coletor vê o hemisfério completo

T. Maor, J. Appelbaum / Solar Energy 86 (2012) 1701–1708

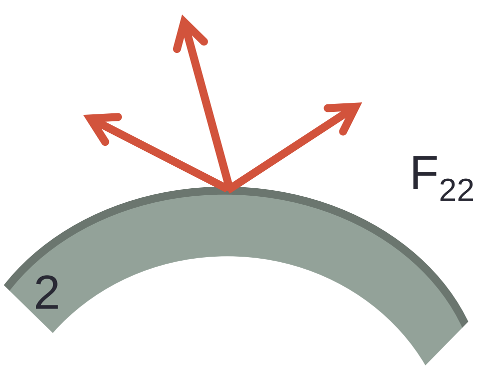
Trocas de radiação entre superfícies

Fator de forma F_{ij} é a fração de radiação que sai da superfície *i* que é intercetada pela superfície *j*

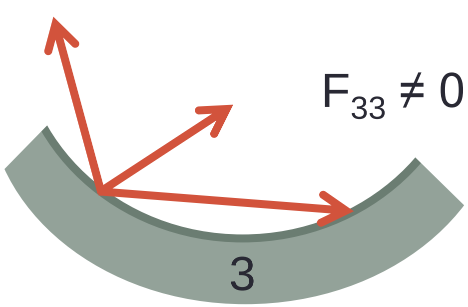


$F_{11} = 0$

Notar que F_{ii} pode não ser nulo, se se tratar de uma superfície *concâva*, *que se vê a si própria*



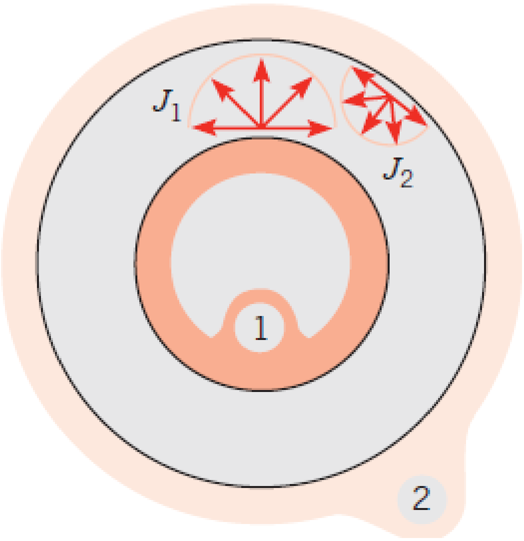
$F_{22} = 0$



$F_{33} \neq 0$

Trocas de radiação entre superfícies

Exemplo
Duas superfícies esféricas concêntricas.



Tudo o que sai de 1 vai para 2: $F_{12} = 1$

Da regra da reciprocidade

$$F_{21} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_{12} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

Da regra da soma

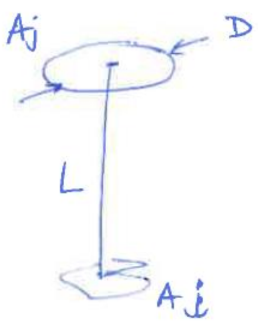
$$F_{11} + F_{12} = 1 \quad \text{em que} \quad F_{11} = 0$$

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

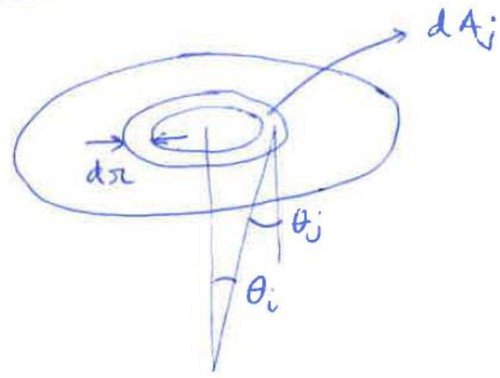
Logo $$F_{22} = 1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

Considere um disco com diâmetro D e área A_j e uma superfície plana difusa com $A_i \gg A_j$.
As superfícies são paralelas, a uma distância L.
Calcule F_{ij}.

Resposta



Para um elemento da superfície A_j temos



$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} \, dA_i \, dA_j$$

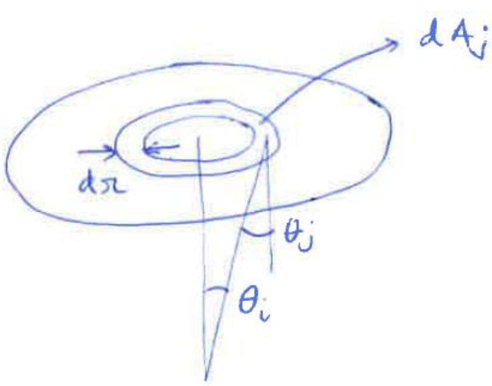
$$F_{ij} \simeq \int_{A_j} \frac{\cos^2\theta}{\pi R^2}\, dA_j$$

assumindo $\theta = \theta_i = \theta_j$ e independentes do elemento de área dA_j considerado (válido porque A_j pequeno comparado com R)

Como
$$R^2 = r^2 + L^2$$
$$\cos\theta = \frac{L}{R}$$
$$dA_j = 2\pi r\, dr$$

$$\longrightarrow F_{ij} = 2L^2 \int_0^{D/2} \frac{r}{(r^2+L^2)^2}\, dr$$

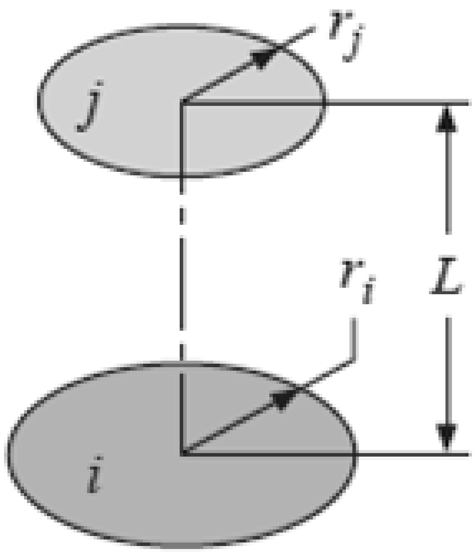
$$F_{ij} = \frac{D^2}{D^2+L^2}$$



porque
$$\int \frac{r}{(r^2+L^2)^2}\, dr = \frac{1}{2(r^2+L^2)}$$

Trocas de radiação entre superfícies

Outros exemplos



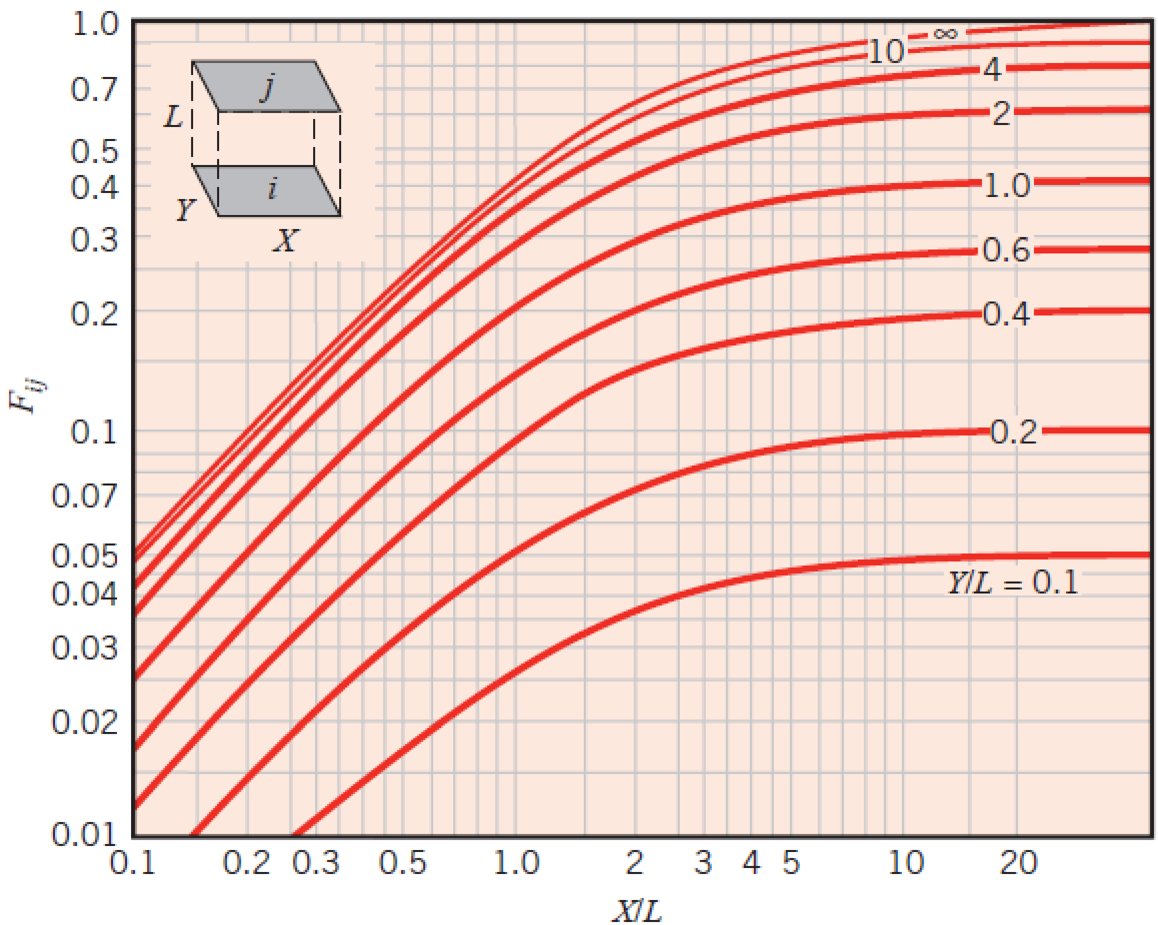
$$R_i = r_i/L,\ R_j = r_j/L$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{2}\{S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2}\}$$

Trocas de radiação entre superfícies

Outros exemplos



$\bar{X} = X/L,\ \bar{Y} = Y/L$

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi \bar{X}\bar{Y}} \left\{ \ln\left[\frac{(1+\bar{X}^2)(1+\bar{Y}^2)}{1+\bar{X}^2+\bar{Y}^2}\right]^{1/2} + \bar{X}(1+\bar{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{X}}{(1+\bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1+\bar{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{Y}}{(1+\bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X}\tan^{-1}\bar{X} - \bar{Y}\tan^{-1}\bar{Y} \right\}$$

Trocas de radiação entre superfícies

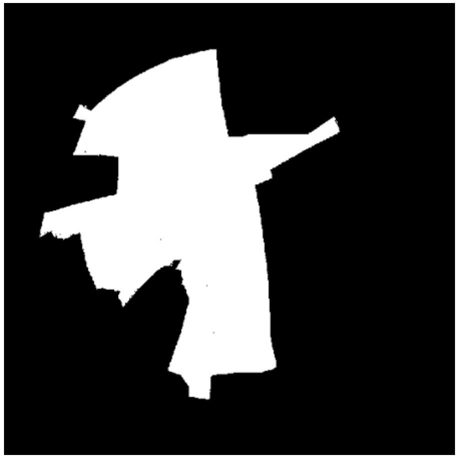
Dividir os pixéis relativos a céu e a obstruções

Atribuir diferentes valores:

valor=1 (céu)

valor=0 (obstrução)

$$SVF=\frac{A_{Céu}}{A_{total}}$$

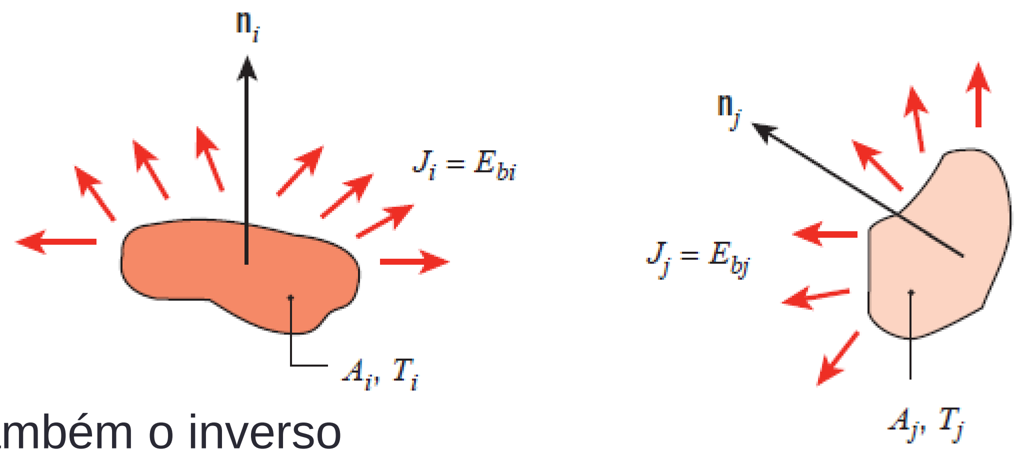


Trocas de radiação entre superfícies

Troca de radiação entre superfícies negras e portanto sem considerar reflexão.

$$q_{i\to j} = (A_i J_i) F_{ij}$$

$$q_{i\to j} = A_i F_{ij} E_{bi}$$



Naturalmente que temos também o inverso

$$q_{j\to i} = A_j F_{ji} E_{bj}$$

A diferença é dada por

$$q_{ij} = q_{i\to j} - q_{j\to i}$$

$$q_{ij} = A_i F_{ij} E_{bi} - A_j F_{ji} E_{bj}$$

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

Para N superfícies temos

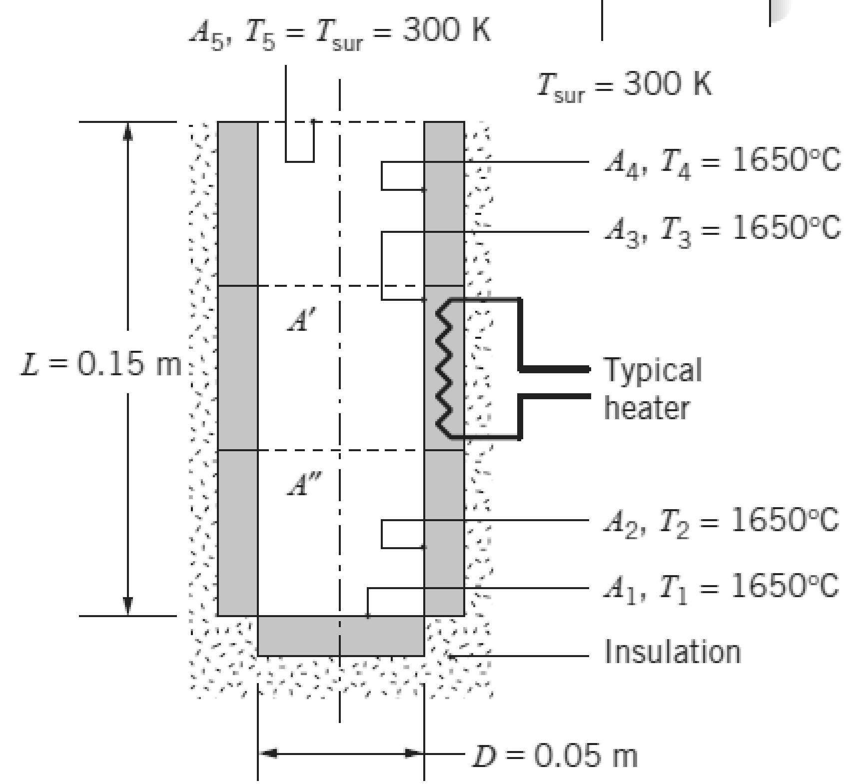
$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

Trocas de radiação entre superfícies

Exemplo

Todas as paredes do forno estão à mesma temperatura (1650 ºC).

Com que potência as tenho que aquecer?



<u>Hipóteses</u>

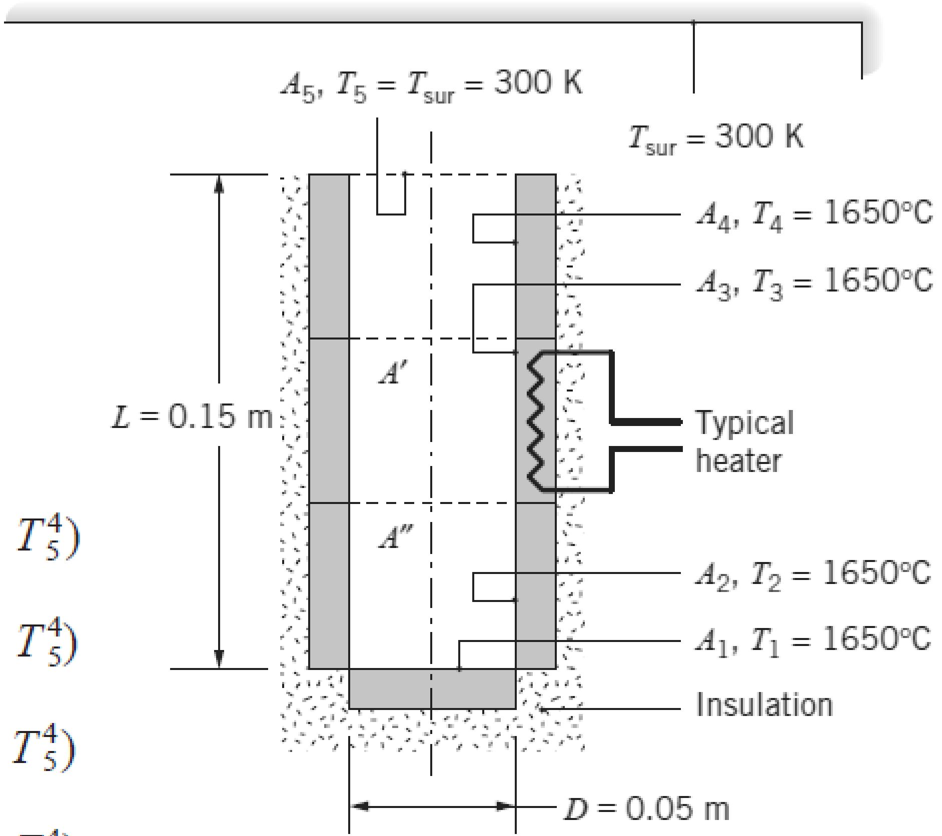
- ❑ Todas as superfícies comportam-se como corpos negros
- ❑ Perdas por convecção são desprezáveis

Trocas de radiação entre superfícies

Exemplo

Todas as paredes do forno estão à mesma temperatura (1650 ºC).

Com que potência as tenho que aquecer?



$$q_1 = A_1 F_{15} \sigma (T_1^4 - T_5^4) = A_5 F_{51} \sigma (T_1^4 - T_5^4)$$

$$q_2 = A_2 F_{25} \sigma (T_2^4 - T_5^4) = A_5 F_{52} \sigma (T_2^4 - T_5^4)$$

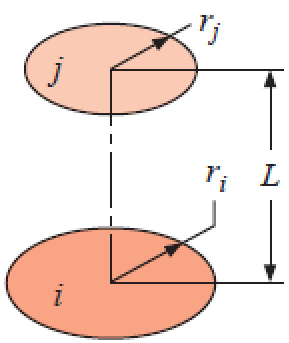
$$q_3 = A_3 F_{35} \sigma (T_3^4 - T_5^4) = A_5 F_{53} \sigma (T_3^4 - T_5^4)$$

$$q_4 = A_4 F_{45} \sigma (T_4^4 - T_5^4) = A_5 F_{54} \sigma (T_4^4 - T_5^4)$$

$$A_5 = \pi D^2/4 = \pi \times (0.05\,\mathrm{m})^2/4 = 0.00196\,\mathrm{m}^2$$

Trocas de radiação entre superfícies

Coaxial Parallel Disks
(Figure 13.5)



$$R_i = r_i/L,\ R_j = r_j/L$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{2}\{S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2}\}$$

$$F_{51} = 0.0263$$

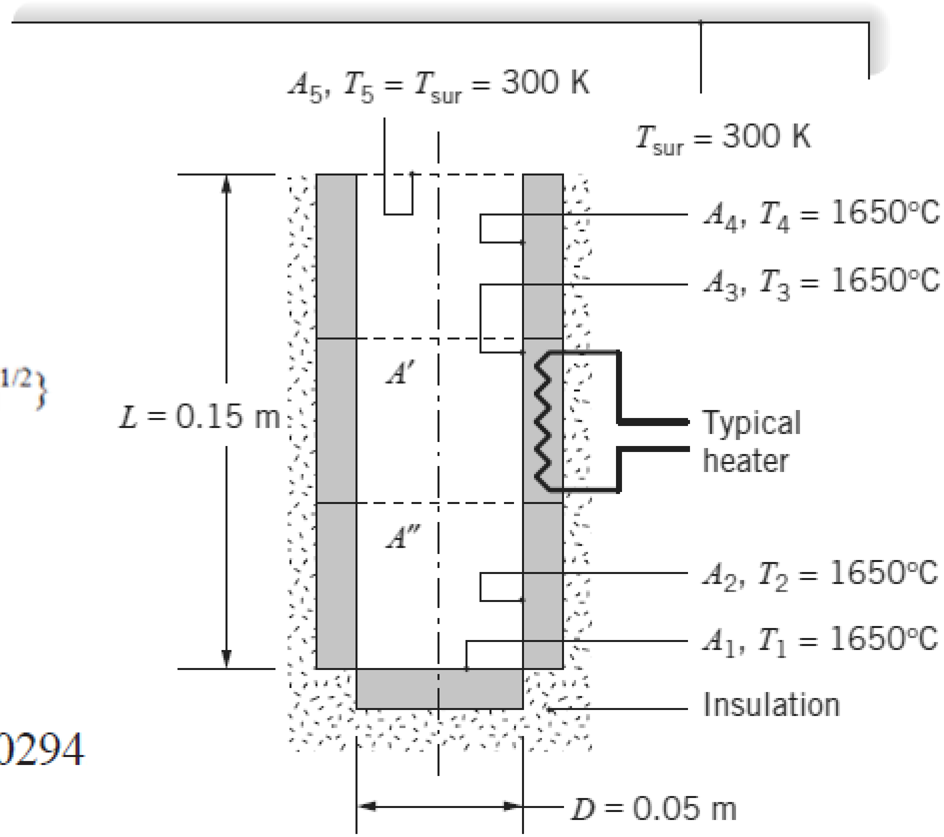
$$F_{5A'} = 0.0557$$

$$F_{52} = F_{5A'} - F_{51} = 0.0557 - 0.0263 = 0.0294$$

$$F_{5A''} = 0.172$$

$$F_{53} = F_{5A''} - F_{5A'} = 0.172 - 0.0557 = 0.1163$$

$$F_{54} = 1 - F_{5A''} = 1 - 0.172 = 0.828$$



Definindo as superfícies imaginárias A' e A''

Trocas de radiação entre superfícies

$$q_1 = 0.00196\ \text{m}^2 \times 0.0263 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \times (1923\ \text{K}^4 - 300\ \text{K}^4) = 39.9\ \text{W}$$

$$q_2 = 0.00196\ \text{m}^2 \times 0.0294 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \times (1923\ \text{K}^4 - 300\ \text{K}^4) = 44.7\ \text{W}$$

$$q_3 = 0.00196\ \text{m}^2 \times 0.1163 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \times (1923\ \text{K}^4 - 300\ \text{K}^4) = 177\ \text{W}$$

$$q_4 = 0.00196\ \text{m}^2 \times 0.828 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \times (1923\ \text{K}^4 - 300\ \text{K}^4) = 1260\ \text{W}$$

<u>Comentários</u>

1) Notar que $F_{51} + F_{52} + F_{53} + F_{54} + F_{55} = 0.0263 + 0.0294 + 0.1163 + 0.828 + 0 = 1$

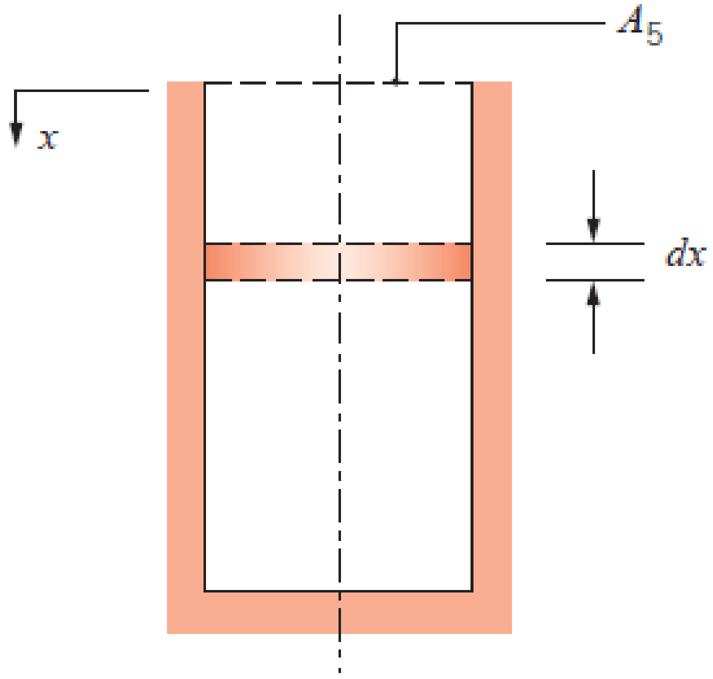
2) As perdas totais são $q_{\text{tot}} = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 1522\ \text{W} = 1.522\ \text{kW}$

Teria sido mais simples fazer apenas:

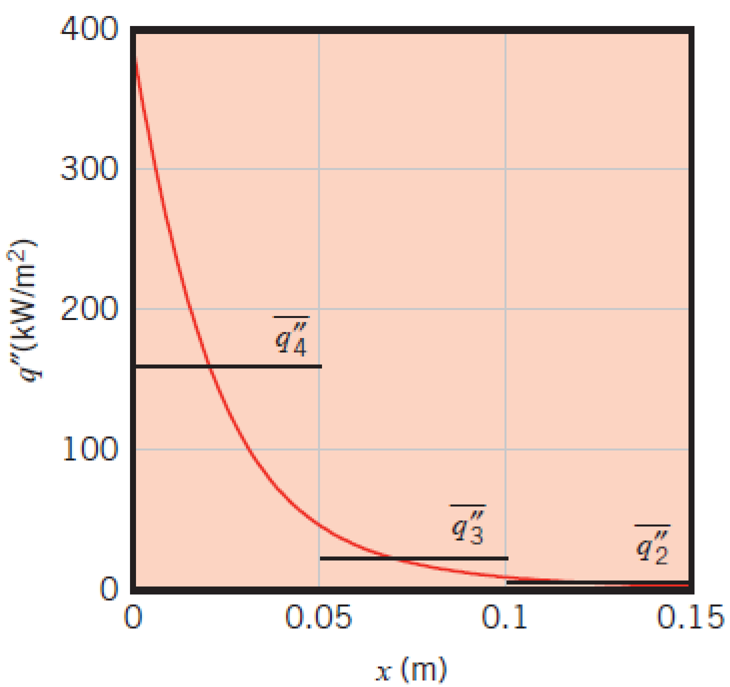
$$q_{\text{tot}} = A_5 F_{5f} \sigma (T_f^4 - T_{\text{sur}}^4) = 0.00196\ \text{m}^2 \times 1 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} \times (1923\ \text{K}^4 - 300\ \text{K}^4) = 1.522\ \text{kW}$$

Trocas de radiação entre superfícies

Para fazer as contas como deve ser, é preciso considerar infinitas rodelas



$$F_{dA-A_5} = \frac{(x/D)^2 + 1/2}{\sqrt{1 + (x/D)^2}} - x/D$$



Os resultados não são muito diferentes

Trocas de radiação entre superfícies

Pontos essenciais

- ❑ Conceito e definição de fator de forma
- ❑ Regras para o cálculo do fator de forma
  - a) Reciprocidade
  - b) Soma
  - c) Sobreposição
  - d) Simetria
- ❑ Fator de forma de um coletor solar inclinado (método de Hottel)
- ❑ Troca de radiação entre superfícies que podem ser aproximadas por corpos negros